

Fehlertolerante Uhrensynchronisation

Jens Chr. Lisner

`lisner@informatik.uni-essen.de`

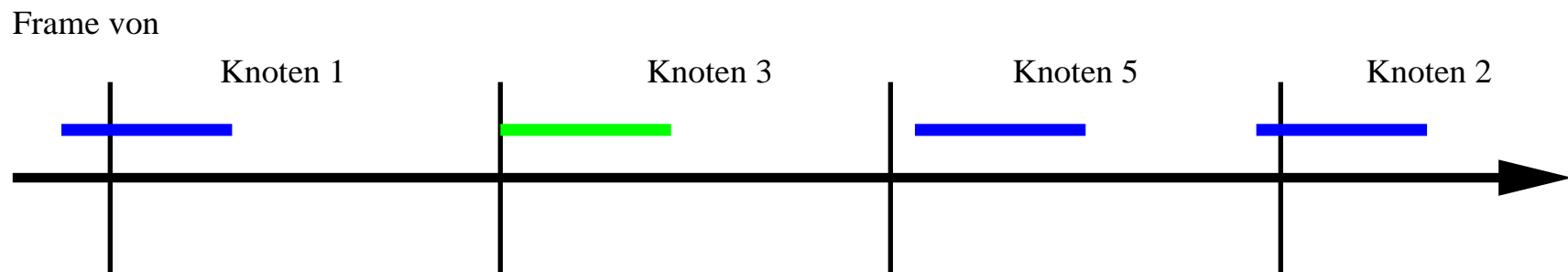
Institut für Informatik / Universität Essen

Übersicht

- Algorithmus zur Uhrensynchronisation
- Konvergenzbeweis
- Zusätzliche Betrachtungen: Begrenzte Beschleunigung der Uhren

Umgebung

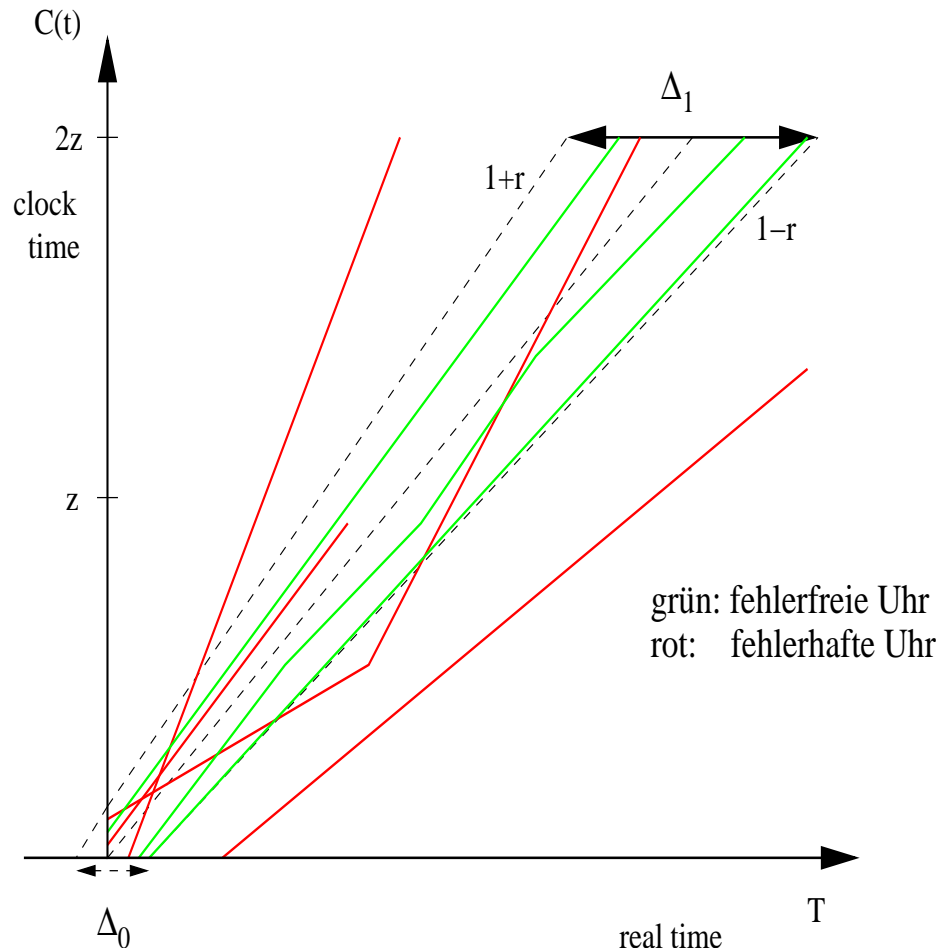
Time-Triggered Protokoll in Broadcast Netzwerk



Slot nach Schema von Knoten 3

- Buszeit wird aufgeteilt in Slots durch die lokale Uhr
- Zuordnung der Slots geschieht nach einem festgelegtem Schedule
- Der Schedule wiederholt sich in Zyklen

Ausgangssituation



Eine bekannte maximale Gangabweichung r ist erlaubt.

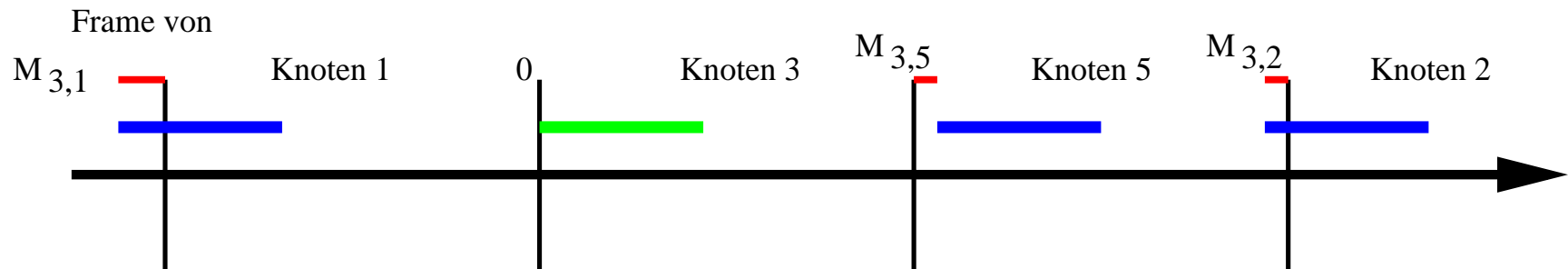
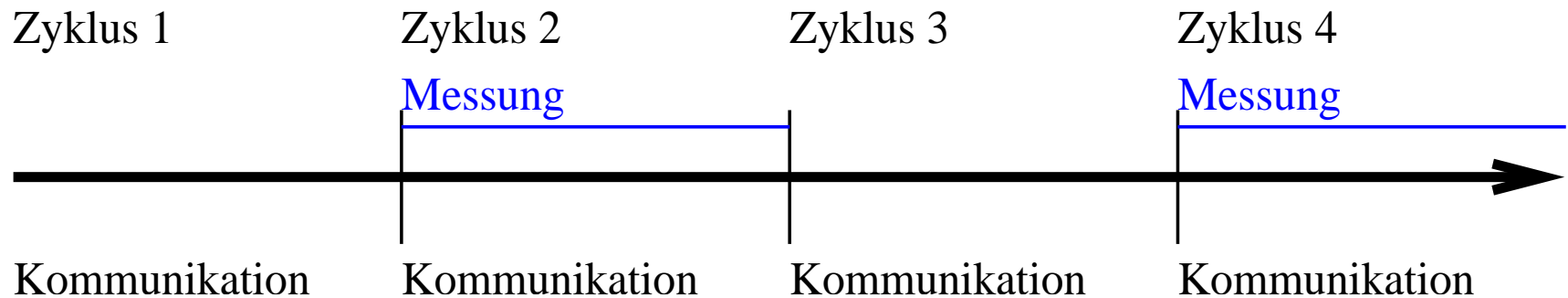
Algorithmus

Der Algorithmus läuft in folgenden Schritten ab:

1. Messen der Abstände zwischen der eigenen und den anderen Uhren
2. Berechnung des Korrekturwerts (Midpoint)
3. Korrigieren der eigenen Uhr

Schritt 1: Messung

Messung findet alle zwei Zyklen innerhalb des Zyklus statt.



Slot nach Schema von Knoten 3

Schritt 2: Midpoint

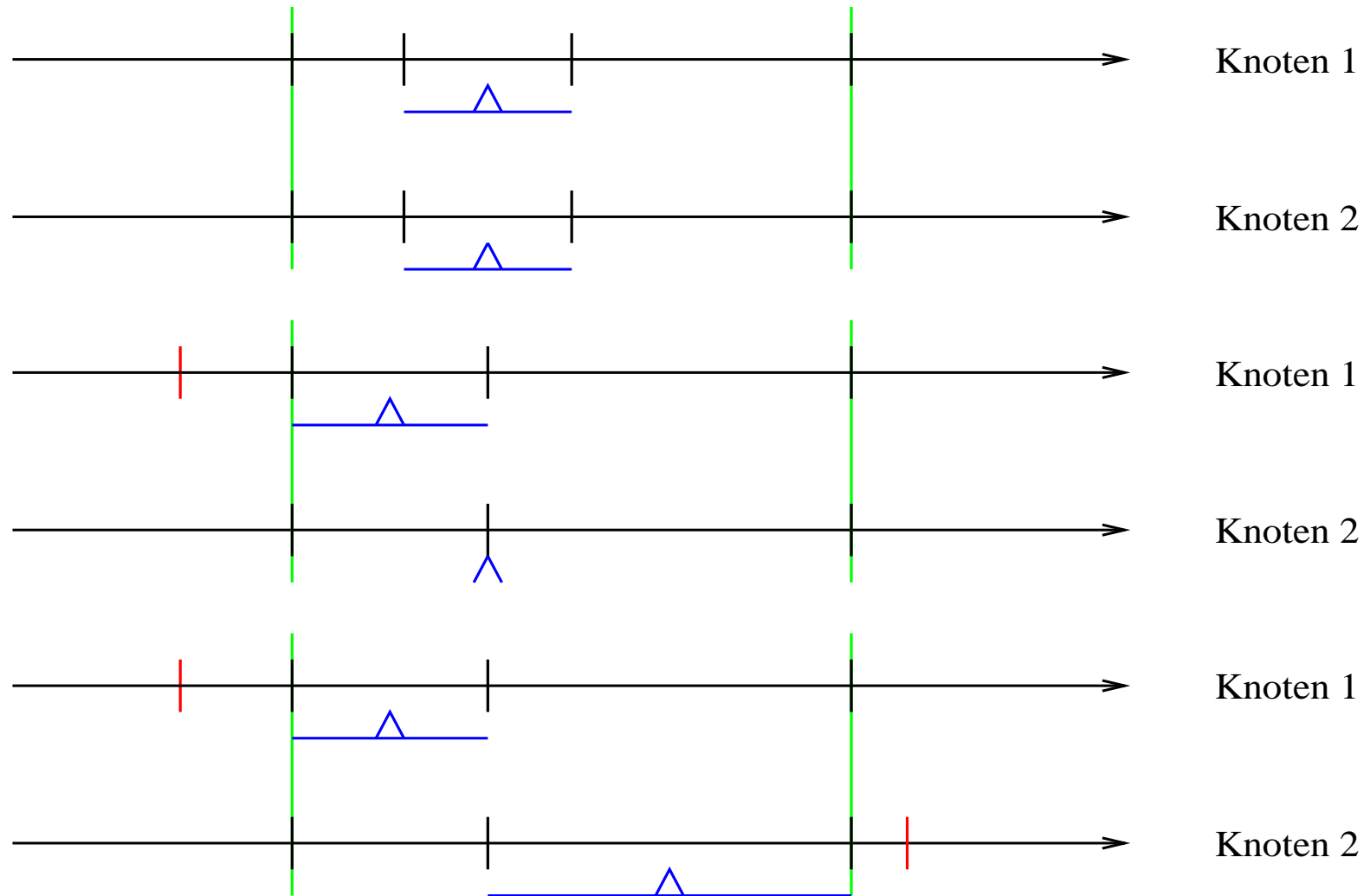
FTA Algorithmus:

1. Sortieren der Meßwerte
2. Auswahl einer Zahl $k \geq F$: max. Anzahl der zu tolerierenden Fehler.
3. Streichen der k größten und k kleinsten Werte
4. Berechnen des Durchschnitts des größten und kleinsten verbleibenden Werts.

Toleriert F fehlerhafte Uhren mit $n \geq 3F + 1$

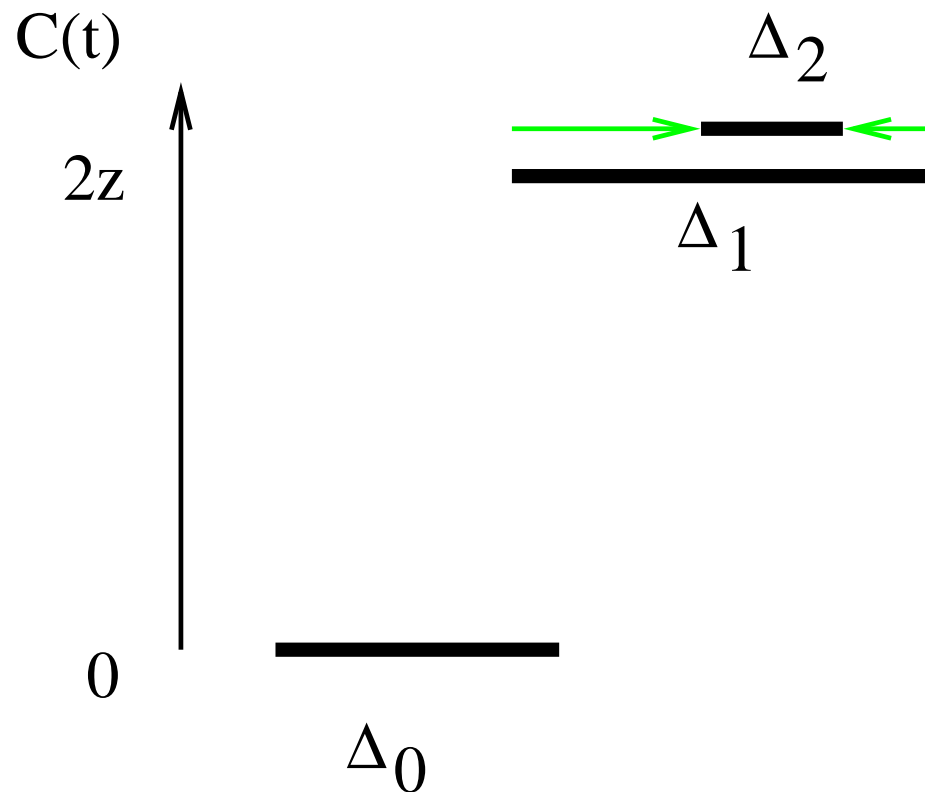
n : Gesamtanzahl der Uhren

FTA Algorithmus: Beispiele



Schritt 3: Korrektur

Addieren des Ergebnisses auf die eigene Uhrzeit



Konvergenzbeweis

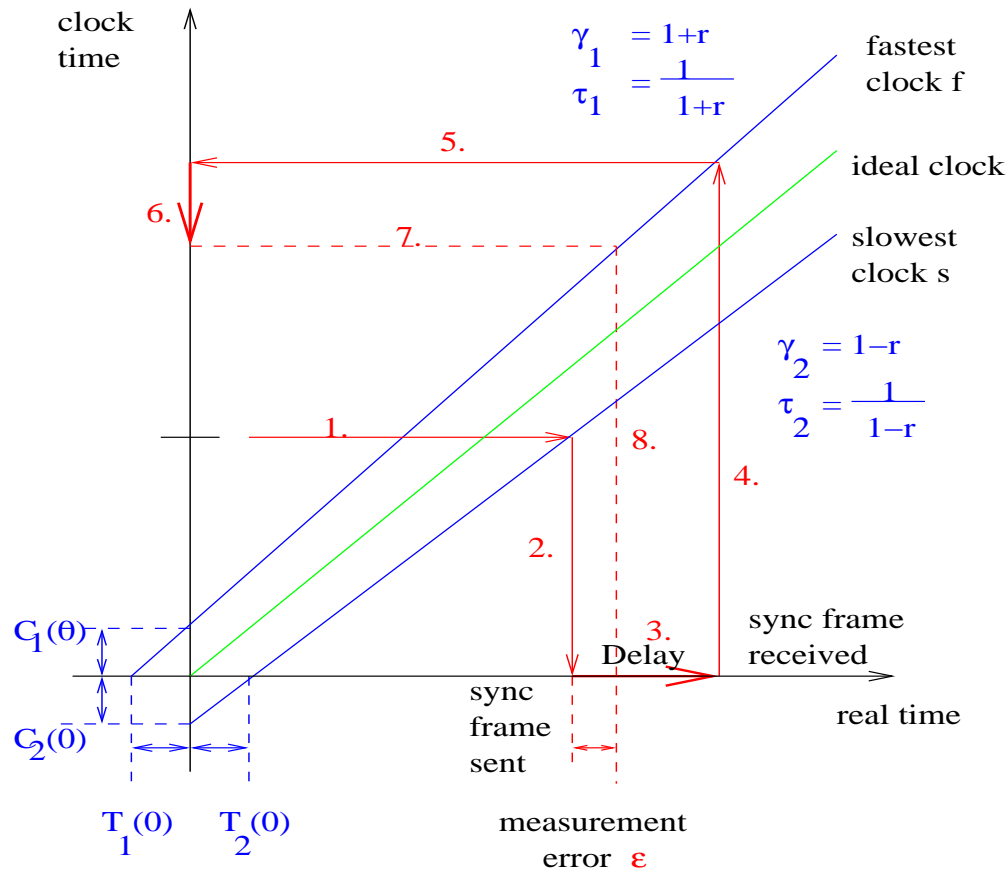
Notwendige Bedingung für Konvergenz: $\Delta_2 < \Delta_0$

Annahmen:

- Fehlerfreie Uhren verhalten sich beliebig im erlaubten Bereich
- Fehlerhafte Uhren verhalten sich beliebig
- Alle Knoten messen zu Anfang des zweiten Zyklus

Konvergenzbeweis II

Abschätzung der Meßwerte: $M_{i,j} = C_i(T_j(z) + d_{i,j}) - z - o$



- Fastest clock f measures s
1. Sync frame sent at clock time z .
 2. Sync frame sent at real time $T(z)$
 3. Delay $d_{1,2}$ on the channels.
 4. Sync frame received at real time $T(z) + d_{1,2}$
 5. Sync frame received at clock time $C(T(z) + d_{1,2})$
 6. Delay compensated by o .
 7. Frame assumed at clock time $C(T(z) + d_{1,2}) - o$
 8. Frame assumed at real time $T(C(T(z) + d_{1,2}) - o)$

Konvergenzbeweis III

$M_{i,j} = \gamma_i(T_j(z) - T_i(z) + \varepsilon_i)$ mit

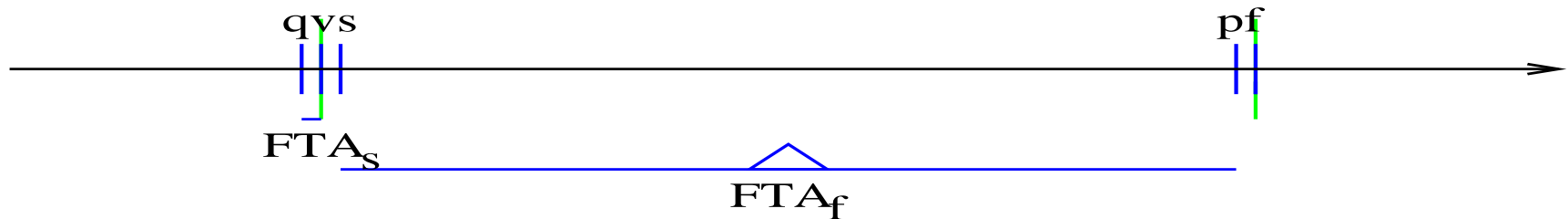
- γ_i : Geschwindigkeit von Uhr i .
- $C_i(t) = \gamma_i(t - T_i(0))$
- $\varepsilon_i = d_{i,j} - \tau_i c$ mit $\tau_i = 1/\gamma_i$

Konvergenzbeweis IV

Wann ist Δ_2 maximal?

Mögliche Sicht von langsamster Uhr s :

- Es gibt exakt $3F + 1$ Knoten
- $F + 1$ fehlerfreie Uhren laufen mit niedrigster Geschwindigkeit. Dazu gehören s und q .
- F fehlerhafte Uhren laufen mit niedrigster Geschwindigkeit
- F fehlerfreie Uhren laufen mit höchster Geschwindigkeit.

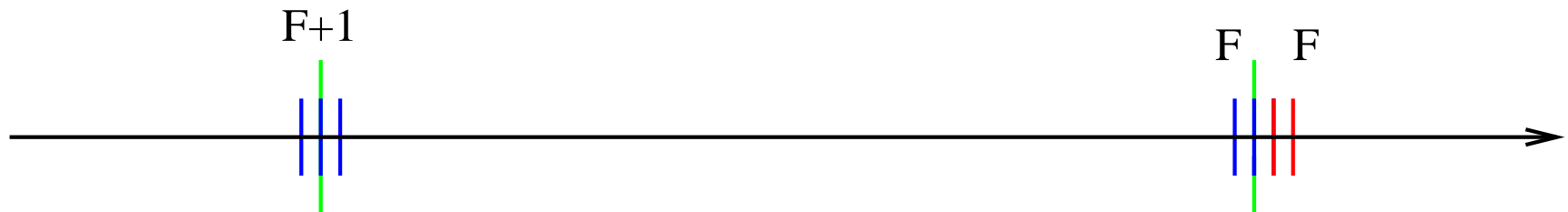


Folge: s wählt zwei langsamste Uhren (q und s).

Konvergenzbeweis V

Mögliche Sicht von schnellster Uhr f :

- Es gibt exakt $3F + 1$ Knoten
- $F + 1$ fehlerfreie Uhren laufen mit niedrigster Geschwindigkeit.
- F fehlerhafte Uhren laufen mit höchster Geschwindigkeit
- F fehlerfreie Uhren laufen mit höchster Geschwindigkeit. Dazu gehören ist f und p .

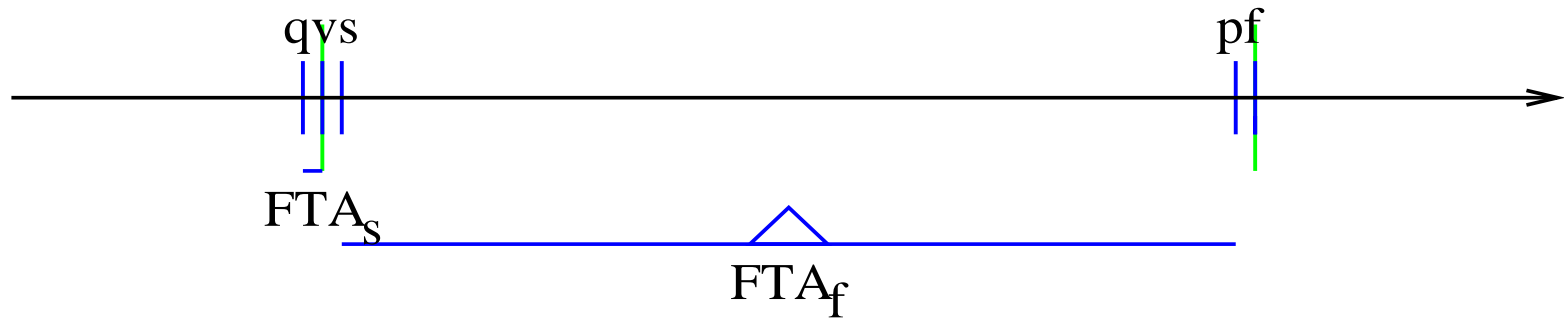


Folge: f wählt eine schnellste (p) und eine langsamste (s) Uhr.

Konvergenzbeweis VI

Zu erwarten:

$$FTA_s \approx 0, \text{ und } FTA_f \approx M_{f,s}/2$$



Zu berücksichtigen: Meßfehler bringen die Uhren weiter auseinander.

Konvergenzbeweis VII

Ansatz:

$$\Delta_1 = T_s(2z) - T_f(2z)$$

$$\Delta_2 = T_s(2z + FTA_s) - T_f(2z + FTA_f)$$

$$FTA_f = \frac{M_{f,p,min} + M_{f,s,min}}{2}$$

$$FTA_s = \frac{M_{s,v,max} + M_{s,q,max}}{2}$$

Konvergenzbeweis VIII

Ergebnis:

$$\Delta_2 = (T_s(2z) + \varepsilon_{max}) - (T_f(2z) + \frac{\Delta_0 + \tau_s z - \tau_f z}{2} + \varepsilon_{min})$$

Konvergenzbedingung:

$$\begin{aligned} \Delta_0 &> \Delta_2 \\ &> \frac{6rz}{1-r^2} + 2(\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}) \end{aligned}$$

mit $\gamma_f = 1 + r$ und $\gamma_s = 1 - r$

Konvergenzbeweis IX

Gesucht: obere Schranke für den höchsten Abstand Δ_1 :

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= (\tau_s - \tau_f)2z + \Delta_0 \\ &= \frac{10rz}{1-r^2} + 2(\epsilon_{max} - \epsilon_{min})\end{aligned}$$

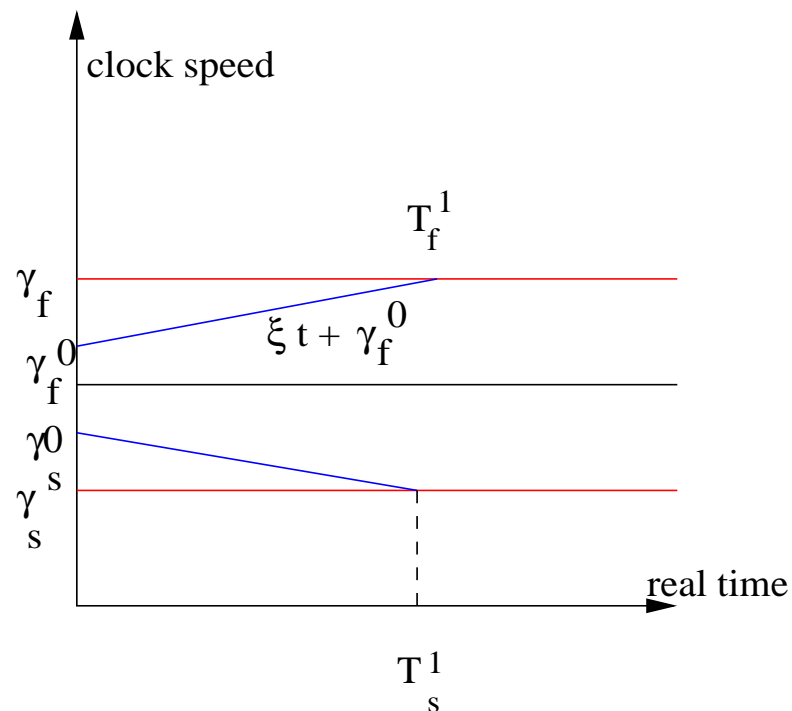
Beispiele

Einfluß der Gangungenauigkeit der Uhren mit Zykluslänge
 $z = 120000$ und $\varepsilon_{min} = 0$, $\varepsilon_{max} = 12$

	r	Δ_0	Δ_1
1	50 ppm	60	84
2	100 ppm	96	144
3	250 ppm	204	324
4	500 ppm	384	624

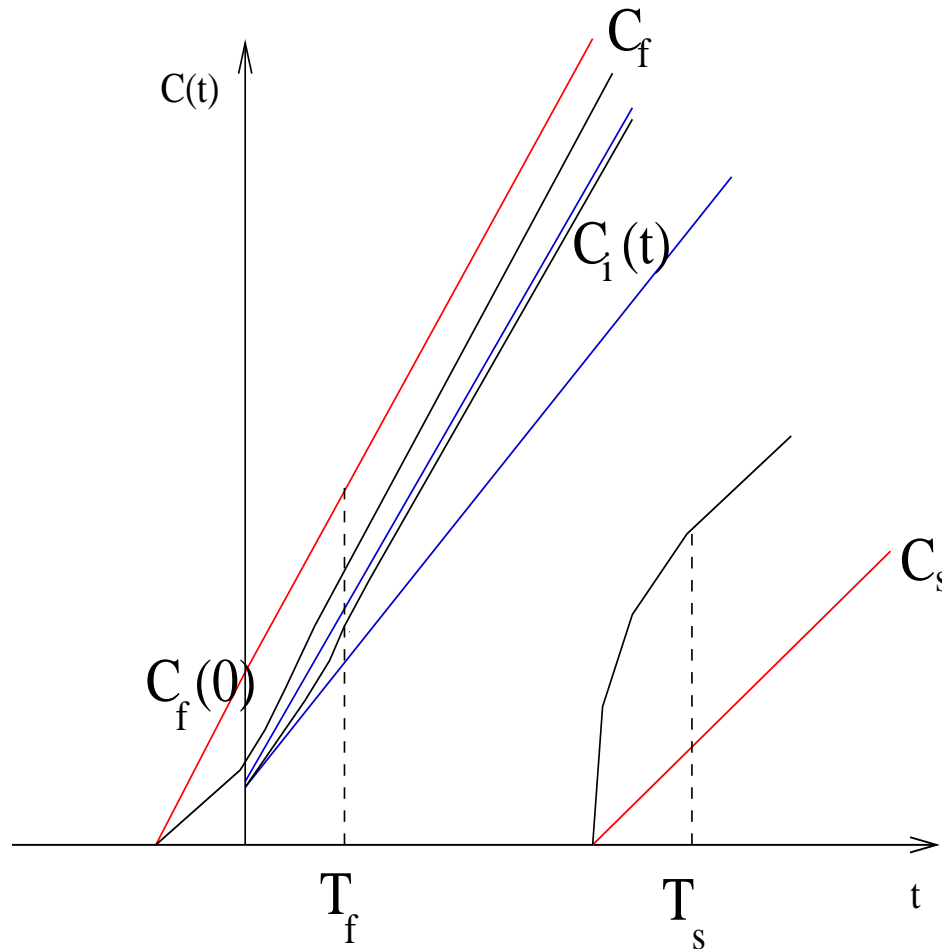
Limitierte Beschleunigung der Uhren

- Reale Uhren ändern Ihre Geschwindigkeit nicht beliebig schnell.
- Modifikation: Zeitabhängige Geschwindigkeit $\gamma_i(t)$
- maximale Beschleunigung ξ



Sättigung

Ab $\gamma_i(t) = \gamma_f$ oder $\gamma_i(t) = \gamma_s$ verhält sich die Uhr wieder linear:



Ergebnisse

Einfluß der Beschleunigung der Uhren mit Zykluslänge
 $z = 120000$, $\varepsilon_{min} = 0$, $\varepsilon_{max} = 8$, $r = 1500ppm$, $\Delta_0 = 1100$,
 $\gamma_\varepsilon = 0.0015$

	ξ	Δ_1	Δ_1^ξ	Sättigung
1	$1e-5$	1820	1819	ja
2	$1e-7$	1820	1813	ja
3	$1e-9$	1820	1517	nein
4	$1e-12$	1820	1460	nein

Zusammenfassung

- Für Time-Triggered Protokolle sind gut synchronisierte Uhren notwendig.
- Genaue Berechnung ist zur Parametrisierung des Protokolls notwendig.
- Mit $n \geq 3F + 1$ Uhren können F fehlerhafte Uhren toleriert werden.
- Konvergenz kann für fehlerfreie Uhren garantiert werden.
- Unter Berücksichtigung der Beschleunigung kann die Genauigkeit der Berechnung weiter gesteigert werden.